

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Biofísica Carlos Chagas Filho

Processo Seletivo para Professor Substituto ao provimento de vagas definidas para o ano de 2021.

- Setorização: Cálculo Superior (I, II, III e IV): matemática com aplicações em física.

Ponto 3

1. Conceito de Integral definida e indefinida (R1), propriedades e aplicações em física;
 - ✓ a) Encontre o valor da integral definida de $x=-1$ até $x=+1$ da função $f(x) = 1/x^2$.
 - ✓ b) Encontre o volume do sólido de revolução gerado pela rotação da curva abaixo em torno do eixo y :
 $y = \exp(-x^2)$
 - ✓ c) Uma corda de 300kg e 50m de comprimento está pendurada a partir do alto de um edifício. A corda não chega a tocar o solo. Qual o trabalho mecânico ($W=F.d$) necessário para içar a corda para cima do prédio? Suponha $g=10m/s/s$.
 - ~~d) Encontre as primitivas das funções abaixo:~~

Ponto 7

2. Integrais Múltiplas (R2 e R3) e aplicações físicas;

- ✓ a) Calcule a integral abaixo

$$\int_0^3 \int_1^2 x^2 y \, dy \, dx$$

- ✓ b) Usando coordenadas polares e integração com várias variáveis, encontre o volume delimitado pelo plano $z=0$ e o parabolóide $z = 1 - x^2 - y^2$

Ponto 8

3. Séries de potências, propriedades e aplicações físicas, em especial, das séries de Taylor;
 - ✓ a) Introduza o conceito de séries de potências, seus usos e interpretação dos termos. Ilustre com exemplo(s).
 - ✓ b) Encontre os 3 primeiros termos não nulos da série de Taylor de $f(x) = \text{sen}(x)$ na vizinhança de $x = \text{"pi"}$

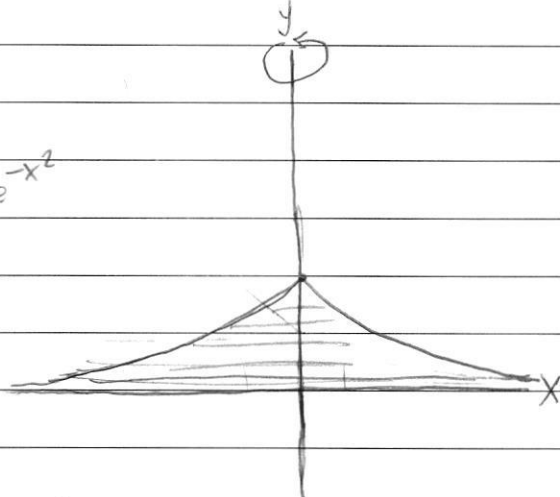
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Biofísica Carlos Chagas Filho

Processo Seletivo para Professor Substituto ao provimento de vagas definidas para o ano de 2021.

- Setorização: Cálculo Superior (I, II, III e IV): matemática com aplicações em física.

Edital nº 416 de 27 de maio de 2021.

Nº de inscrição:	007	Fl. nº 1
$1.a) \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx = \left(\frac{-1}{x} \right) \Big _{-1}^1 = \frac{-1}{1} - \left(\frac{-1}{-1} \right) = -1 - (1) = -2$		
<p>b)</p>		
$V = \int \pi [f(y)]^2 dy$		
		
$V = \int_0^1 \pi [\sqrt{\ln 1/y}]^2 dy$		
$V = \int_0^1 \pi \ln 1/y dy \quad \begin{array}{l} u = 1/y \\ du = -1/y^2 dy \\ -du = dy \end{array}$		
$V = \int_1^{\infty} \frac{\pi \ln u}{u^2} du \quad \begin{array}{l} w = \ln u \quad dw = 1/u du \\ v = 1/u \end{array}$		
$V = \pi \lim_{t \rightarrow \infty} \int_1^t \frac{\ln u}{u} du = \pi \lim_{t \rightarrow \infty} \left[-\frac{\ln u}{u} + \int \frac{1}{u^2} du \right]$		
$V = \pi \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{-\ln u}{u} \Big _1^t - \frac{1}{u} \Big _1^t \right), \quad \text{Como } u \text{ vai para infinito mais rápido que } \ln u \text{ o primeiro termo é zero.}$		
$V = \pi \left(\frac{0+0}{1} - \left(\frac{0-1}{1} \right) \right) = \pi \quad \boxed{V = \pi}$		



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Biofísica Carlos Chagas Filho

Processo Seletivo para Professor Substituto ao provimento de vagas definidas para o ano de 2021.

- Setorização: Cálculo Superior (I, II, III e IV): matemática com aplicações em física.

Edital nº 416 de 27 de maio de 2021.

Nº de inscrição: 007 Fl. nº 2

1c) $W = \int F(y) dy$

Temos 300kg distribuídos em 50m, então a densidade da corda é

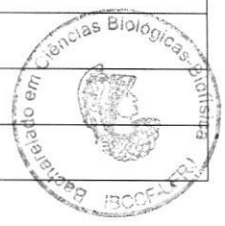
$\frac{300\text{kg}}{50\text{m}} = \frac{6\text{kg}}{\text{m}}$ $W = mgy$

Então o trabalho de um pedaço de corda será: $W = \left(\frac{6\text{kg} \cdot y}{\text{m}}\right) y$

Agora somando as contribuições temos.

$W = \int_0^{50} 6y \cdot y dy = \int_0^{50} 6y^2 dy = \frac{6y^3}{3} \Big|_0^{50} = 200000 \text{ J}$

$W = 2(50)^3 = 2(125 \cdot 1000) \text{ J} = 250000 \text{ J}$



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Biofísica Carlos Chagas Filho

Processo Seletivo para Professor Substituto ao provimento de vagas definidas para o ano de 2021.

- Setorização: Cálculo Superior (I, II, III e IV): matemática com aplicações em física.

Edital nº 416 de 27 de maio de 2021.

Nº de inscrição:

007

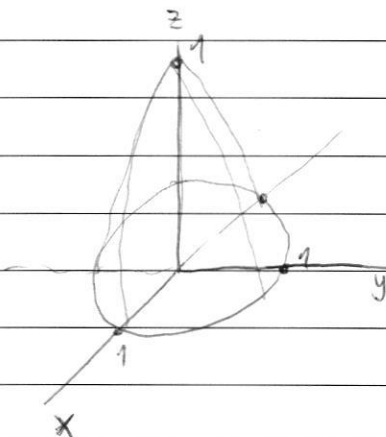
Fl. nº 3

2a) $\int_0^3 \int_1^2 x^2 y dy dx$

$$\int_0^3 \left[\frac{x^2 y^2}{2} \right]_1^2 dx = \int_0^3 \left(\frac{y^2}{2} \right)^2 x^2 dx = \int_0^3 \left(\frac{2-1}{2} \right) x^2 dx = \frac{3}{2} \int_0^3 x^2 dx$$

$$= \frac{3}{2} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^3 = \frac{3 \cdot 9}{2} = \frac{27}{2}$$

2b)



$$V = \int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_0^1 (1-r^2) r dr d\theta dz$$

$$V = \int_0^1 \int_0^{2\pi} r - r^3 dr d\theta dz$$

$$V = \int_0^1 \int_0^{2\pi} \left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right) \Big|_0^1 d\theta dz$$

$$V = \frac{1}{4} \int_0^1 \int_0^{2\pi} d\theta dz$$

$$V = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$V = \pi/2$$

