

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Instituto de Biofísica Carlos Chagas Filho

Processo Seletivo para Professor Substituto ao provimento de vagas definidas para o ano de 2021.

- Setorização: FÍSICA SUPERIOR (I, II, III e IV): FÍSICA COM CÁLCULO.

Pontos da prova de física com cálculo

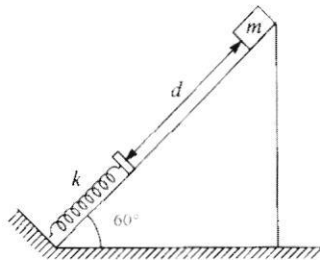
Ponto 1

1. Cinemática vetorial – conceitos e formalismo com cálculo;
 - a) Defina velocidade, aceleração com base no formalismo do cálculo diferencial.
 - b) Defina as principais operações matemáticas com vetores: soma, subtração...
 - c) Descreva qualitativamente e quantitativamente o movimento abaixo a partir de $t = 0$ s.

$$\vec{x} = \cos 2t \vec{i} + \sin 2t \vec{j}$$

Ponto 3

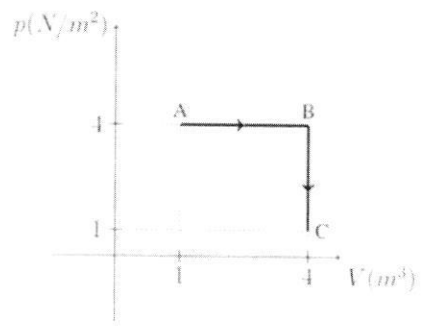
2. Energia e quantidade de movimento linear – conceitos e aplicações;
 - a) Um bloco de massa $m = 10$ kg é solto em repouso do alto de um plano inclinado de 60° em relação ao plano horizontal, com coeficiente de atrito cinético valendo 0,5. Depois de percorrer uma distância $d=2$ m ao longo do plano, o bloco colide com uma mola de constante $k=600$ N/m, de massa desprezível, que se encontrava relaxada. a) Qual é a compressão sofrida pela mola? b) Qual é a energia dissipada pelo atrito até a compressão máxima da mola? c) Quanto deve valer o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano para que, após chegar à compressão máxima, a mola não consiga retornar? (veja a figura)



- b) Defina colisão elástica e inelástica.
- c) Um corpo de 5kg possui velocidade $8 \vec{i} - 4 \vec{j}$ m/s. Ele colide inelasticamente com outro corpo com velocidade $8 \vec{i} + 3 \vec{j}$ m/s. Qual a velocidade final? Qual a variação da energia mecânica?

Ponto 6

3. Calor e a primeira lei da termodinâmica;
 - a) Discorra sobre os conceitos de calor, energia térmica e energia interna. Em especial, argumente (possivelmente com exemplos) que são conceitos diferentes.
 - b) Enuncie a primeira lei da termodinâmica, explicando os conceitos associados.
 - c) O gráfico da figura abaixo apresenta uma transformação sofrida por uma determinada massa de gás ideal. Qual a variação de temperatura entre os estados A e C?



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Biofísica Carlos Chagas Filho

Processo Seletivo para Professor Substituto ao provimento de vagas definidas para o ano de 2021.

- Setorização: FÍSICA SUPERIOR (I, II, III e IV): FÍSICA COM CÁLCULO.

Edital nº 416 de 27 de maio de 2021.

Nº de inscrição: 02 Fl. nº 1

1) Cinemática vetorial

a) A velocidade está relacionada com a rapidez que um corpo se desloca de um ponto x_0 até um ponto x durante um determinado intervalo de tempo Δt . Para calcular a velocidade média, por exemplo, se utiliza a seguinte fórmula:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_0}$$

onde x_f é a posição final do ~~corpo~~ corpo, x_i é a posição inicial do ~~corpo~~ corpo, t_f é o tempo final e t_0 o tempo inicial.

Porém, a velocidade média nos fornece pouca informação sobre o movimento ao longo da trajetória. Portanto, para calcular a velocidade em um determinado instante da trajetória, ~~utiliza-se~~ faz-se o $\Delta t \rightarrow 0$, ou seja, a variação do tempo tende a zero. Através disso, definimos o conceito de velocidade instantânea que pode ser dada da seguinte forma:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} v(t) = \frac{x(t - t_0) - x(t_0)}{\Delta t}$$

Ou seja, é calculado através do limite ^{de v} quando Δt tende a zero. Este limite é a derivada de x em relação ao tempo t :

$$v = \frac{dx}{dt}$$



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Biofísica Carlos Chagas Filho

Processo Seletivo para Professor Substituto ao provimento de vagas definidas para o ano de 2021.

- Setorização: FÍSICA SUPERIOR (I, II, III e IV): FÍSICA COM CÁLCULO.

Edital nº 416 de 27 de maio de 2021.

Nº de inscrição:

02

Fl. nº 2

Também é possível realizar o cálculo da aceleração instantânea. A aceleração ocorre quando a velocidade do movimento varia ao longo do tempo. Para calcular a aceleração faz-se o limite da aceleração quando Δt tende a zero:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} a(t) = \frac{v(t_0 + \Delta t) - v(t_0)}{\Delta t}$$

E assim, a aceleração pode ser calculada através da derivada da velocidade em função do tempo:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

b) Operações com vetores:

① soma de vetores

Supondo o vetor \vec{a} :

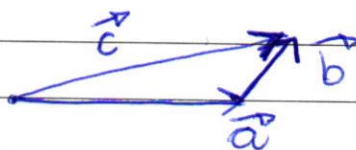


e

Supondo o vetor \vec{b} :



A soma do vetor $\vec{a} + \vec{b}$ pode ser representada pela figura abaixo:




Onde o vetor \vec{c} representa o vetor $\vec{a} + \vec{b}$

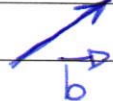


Nº de inscrição: 02

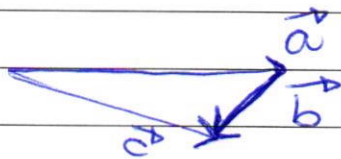
Fl. nº 03

② Subtração de vetores

Supondo o vetor \vec{a} : 


Supondo o vetor \vec{b} : 

A subtração $\vec{a} - \vec{b}$ pode ser representada pela figura abaixo :



Inda o vetor \vec{c} representa o vetor $\vec{a} - \vec{b}$.

③ Multiplicação de um escalar por um vetor :

Supondo o vetor \vec{a} : 

O cálculo $3\vec{a}$ pode ser mostrado pela figura abaixo :



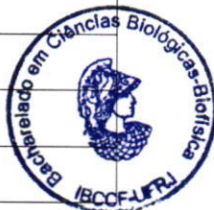
④ Produto escalar

O produto escalar entre dois vetores ~~pode ser~~ ~~definido~~ \vec{a} e \vec{b} , pode ser definido como:

Produto escalar : $\vec{a} \cdot \vec{b}$

Considerando $\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$ e

Considerando $\vec{b} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}$



Nº de inscrição:

02

Fl. nº 04

O produto escalar será dado por:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}) \cdot (b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k})$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z, \text{ resultando em}$$

um escalar. O produto escalar também pode ser descrito como:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \theta, \text{ onde } \theta \text{ é o ângulo entre os vetores } a \text{ e } b.$$

⑤ Produto vetorial

O produto vetorial entre dois vetores \vec{a} e \vec{b} pode ser definido como:

Produto vetorial: $\vec{a} \times \vec{b}$

Considerando $\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$ e

considerando $\vec{b} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}$

O produto vetorial será dado por:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}) \times (b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k})$$

Este produto pode ser determinado pelo determinante da matriz abaixo:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \det \begin{pmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{pmatrix}$$



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Biofísica Carlos Chagas Filho

Processo Seletivo para Professor Substituto ao provimento de vagas definidas para o ano de 2021.

- Setorização: FÍSICA SUPERIOR (I, II, III e IV): FÍSICA COM CÁLCULO.

Edital nº 416 de 27 de maio de 2021.

Nº de inscrição:

02

Fl. nº 05

O produto ~~escalar~~ vetorial entre \vec{a} e \vec{b} tem
bom pode ser definido como:

$\vec{a} \times \vec{b} = ab \sin \theta$, onde θ é o
ângulo entre \vec{a} e \vec{b} .

c) $\vec{x} = \cos 2l \hat{i} + \sin 2l \hat{j}$

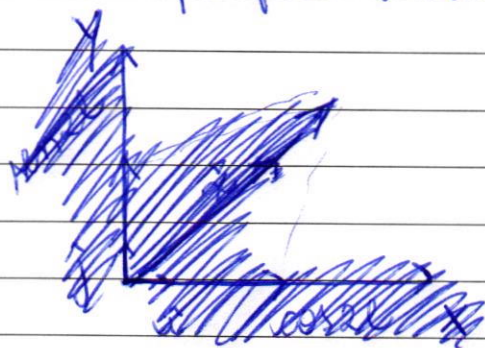
Quantitativamente, o módulo de \vec{x} é dado por:

$$|\vec{x}| = \sqrt{\cos^2 2l + \sin^2 2l}$$

sabendo por definição que $\cos^2 a + \sin^2 b = 1$,

$$|\vec{x}| = \sqrt{1} = 1$$

Qualitativamente pode-se descrever o movimento
a partir do gráfico abaixo:



$$\vec{x} = \cos 2l \hat{i} + \sin 2l \hat{j}$$

Onde \hat{i} e \hat{j} são os versores unitários nas direções
x e y, respectivamente.

~~O cálculo de \vec{x} através do gráfico pode ser
feito usando o teorema de Pitágoras.~~

O cálculo de \vec{x} através do gráfico pode ser
feito usando o teorema de Pitágoras



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Biofísica Carlos Chagas Filho

Processo Seletivo para Professor Substituto ao provimento de vagas definidas para o ano de 2021.

- Setorização: FÍSICA SUPERIOR (I, II, III e IV): FÍSICA COM CÁLCULO.

Edital nº 416 de 27 de maio de 2021.

Nº de inscrição:

02

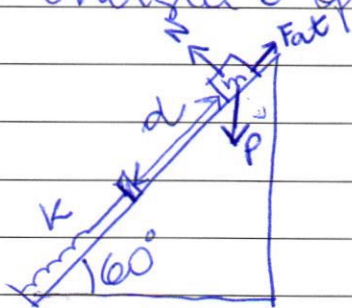
Fl. nº

06

E o resultado será o mesmo obtido quantitativa-
mente.

② Energia e Quantidade de movimento linear

a)



$m = 10 \text{ kg}$

$\mu_c = 0,5$

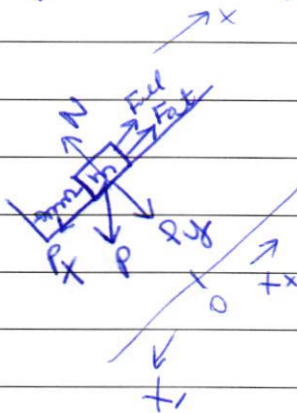
$d = 2 \text{ m}$

$k = 600 \text{ N/m}$

considerando

$g = 10 \text{ m/s}^2$

Compressão rápida pela mola?



$P_x = F_{el} + F_{at}$

$N = P_y = P \cos \theta$

$P \cos \theta = kx + \mu_c \cdot N$

$10 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ = -600 \cdot x + \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot \sqrt{3}$

$100 \cdot \frac{1}{2} = -600x + 50\sqrt{3}$

$100 = -1200x + 50\sqrt{3}$

$1200x = 50\sqrt{3} - 100$

$x = \frac{50\sqrt{3} - 100}{1200}$

$x = \frac{5\sqrt{3} - 10}{120}$

Para calcular a energia dissipada pelo atrito é necessário calcular a energia mecânica antes da compressão e após a compressão:

$E_{mecânica} = K + U$

↓ ↓
energia cinética energia potencial



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Biofísica Carlos Chagas Filho

Processo Seletivo para Professor Substituto ao provimento de vagas definidas para o ano de 2021.

- Setorização: FÍSICA SUPERIOR (I, II, III e IV): FÍSICA COM CÁLCULO.

Edital nº 416 de 27 de maio de 2021.

Nº de inscrição:

02

Fl. nº

07

Considerando $K_i = 0$ porque o bloco parte do repouso, e considerando $K_f = 0$ porque o bloco para na compressão máxima da mola, a energia mecânica inicial é:

$E_{Mi} = U_g$, onde U_g é a energia potencial gravitacional.

E a energia mecânica final é:

$E_{Mf} = U_{el}$, onde U_{el} é a energia potencial gravitacional elástica.

A energia dissipada será $E_{Mf} - E_{Mi}$, logo

$$E_{diss} = U_{el} - U_g$$

$$E_{diss} = \frac{1}{2} k x^2 - mgh$$

continua
→



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Biofísica Carlos Chagas Filho

Processo Seletivo para Professor Substituto ao provimento de vagas definidas para o ano de 2021.

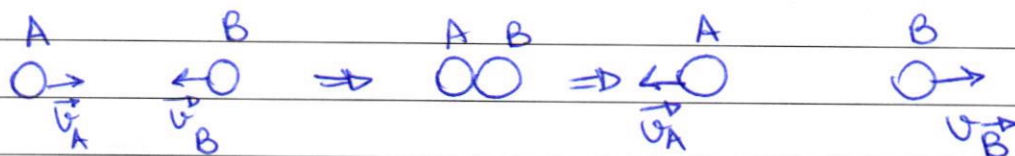
- Setorização: FÍSICA SUPERIOR (I, II, III e IV): FÍSICA COM CÁLCULO.

Edital nº 416 de 27 de maio de 2021.

Nº de inscrição: 02 Fl. nº 08

b) A colisão elástica pode ser dividida em dois tipos, a colisão perfeitamente elástica e a colisão elástica.

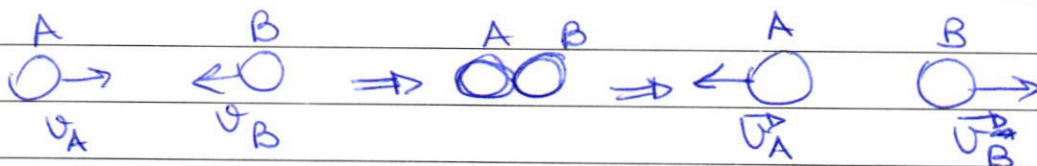
1º) Primeiramente, será explicada a colisão perfeitamente elástica. A principal característica de uma colisão é quando ela acontece não ocorre perda de energia, ou seja, pode-se afirmar que nesse tipo de colisão a energia cinética antes da colisão será igual a energia cinética após a colisão. Além disso, o momento linear também é conservado.



Após a colisão os corpos permanecem separados.
 $\vec{p}_f = \vec{p}_i$ e $K_i = K_f$.

Onde \vec{p} é momento linear e K é energia cinética.

2º) Na colisão elástica, a energia ~~se~~ não se conserva, e considera-se apenas a conservação do momento linear.



Após a colisão os corpos ~~permanecem~~ permanecem separados.

$\vec{p}_f = \vec{p}_i$ e $K_f \neq K_i$



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Biofísica Carlos Chagas Filho

Processo Seletivo para Professor Substituto ao provimento de vagas definidas para o ano de 2021.

- Setorização: FÍSICA SUPERIOR (I, II, III e IV): FÍSICA COM CÁLCULO.

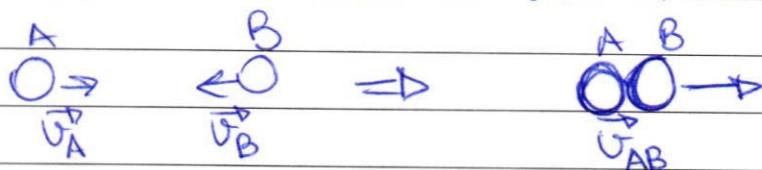
Edital nº 416 de 27 de maio de 2021.

Nº de inscrição:

02

Fl. nº 09

3º) Na colisão inelástica, o que acontece é que os corpos permanecem juntos após a colisão. A energia cinética não se conserva, mas o momento linear se conserva.



$$\vec{p}_f = \vec{p}_i \quad \text{e} \quad K_i \neq K_f$$

Os corpos permanecem juntos após a colisão com uma mesma velocidade.

c) massa corpo 1: 5kg

massa corpo 2: m_2

velocidade corpo 1: $8\hat{i} - 4\hat{j}$ m/s

velocidade corpo 2: $8\hat{i} + 3\hat{j}$ m/s

$$\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1$$

$$\vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2$$

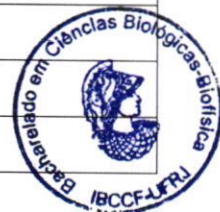
$$\vec{p}_i = \vec{p}_f$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}_f$$

$$\vec{v}_f = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{v}_f = \frac{5(8\hat{i} - 4\hat{j}) + m_2(8\hat{i} + 3\hat{j})}{5 + m_2}$$

$$\vec{v}_f = \frac{40\hat{i} - 20\hat{j} + m_2 8\hat{i} + m_2 3\hat{j}}{5 + m_2}$$



Nº de inscrição:	02	Fl. nº	10
------------------	----	--------	----

$$\vec{v}_f = \frac{(40 + 8m_2)\hat{i} + (3m_2 - 20)\hat{j}}{5 + m_2}$$

velocidade final

A variação da energia mecânica mista com a dada pela variação da energia cinética.

③ calor e primeira lei da termodinâmica:

~~b) a primeira lei da termodinâmica~~

a) Quando retira-se uma lata de refrigerante da geladeira, por exemplo, nota-se que aos poucos a temperatura dessa lata vai aumentando, já que a tendência é que ocorra um equilíbrio térmico entre a lata e o ambiente em que ela se encontra. O que ocorre é que o meio ambiente troca energia com a lata, na forma de energia térmica. Essa energia térmica "em trânsito" é o que se chama de calor.

A energia interna é uma propriedade intrínseca de um sistema que está relacionada diretamente com o calor e também com o trabalho realizado por esse sistema.

b) a primeira lei da termodinâmica diz que a variação da energia interna de um sistema é igual ao calor menos trabalho realizado por aquele sistema. A lei é descrita da seguinte forma:



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Biofísica Carlos Chagas Filho

Processo Seletivo para Professor Substituto ao provimento de vagas definidas para o ano de 2021.

- Setorização: FÍSICA SUPERIOR (I, II, III e IV): FÍSICA COM CÁLCULO.

Edital nº 416 de 27 de maio de 2021.

Nº de inscrição: 02

Fl. nº 11

$$\Delta E_{\text{int}} = Q - W,$$

onde ΔE_{int} é a variação da energia interna, Q é o calor e W é o trabalho.

Quando a variação da energia interna é infinitesimal, escreve-se:

$$dE_{\text{int}} = dQ - dW$$

O calor é obtido em função da capacidade térmica e em função da variação de temperatura:

$$Q = C \cdot \Delta T$$

calor capacidade térmica ↳ variação de temperatura

O trabalho é obtido em função da pressão exercida pelo sistema e também pela variação de volume:

$$\int dW = \int p \, dV$$

trabalho V_i pressão ↳ volume

dependendo do tipo de situação, a energia interna irá variar de forma diferente.

Supondo o primeiro caso, em que ocorre uma mudança adiabática no sistema.

Na mudança adiabática, não ocorre



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Biofísica Carlos Chagas Filho

Processo Seletivo para Professor Substituto ao provimento de vagas definidas para o ano de 2021.

- Setorização: FÍSICA SUPERIOR (I, II, III e IV): FÍSICA COM CÁLCULO.

Edital nº 416 de 27 de maio de 2021.

Nº de inscrição: 02 Fl. nº 12

troca de calor durante o processo. Se não ocorre troca de calor, $Q=0$. Portanto, neste tipo de processo,

$$\Delta E_{int} = -W$$

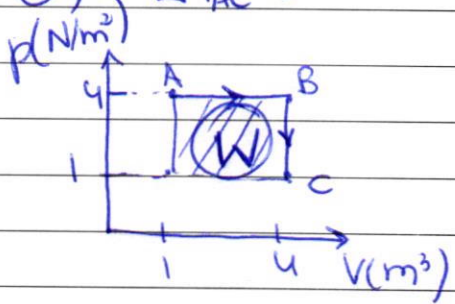
Outro processo possível é o isovolumétrico. Onde o volume se mantém constante durante todo o processo. Neste caso, como o volume não varia, o trabalho é zero, portanto a energia interna neste caso é dada por:

$$\Delta E_{int} = Q$$

Outra situação possível é o que se chama de processo cíclico, onde nesse caso, a ~~energia~~ energia interna inicial é exatamente igual a energia interna final. Neste caso a variação da energia interna será igual a zero e assim,

$$Q = W$$

c) $\Delta T_{AC}?$



$W = \text{área} = 3 \times 3 = 9 \text{ J}$

$$\frac{PV}{T} = \frac{P_0 V_0}{T_0}$$

(A) \rightarrow (B)

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0} \Rightarrow 4T_0 = T$$

